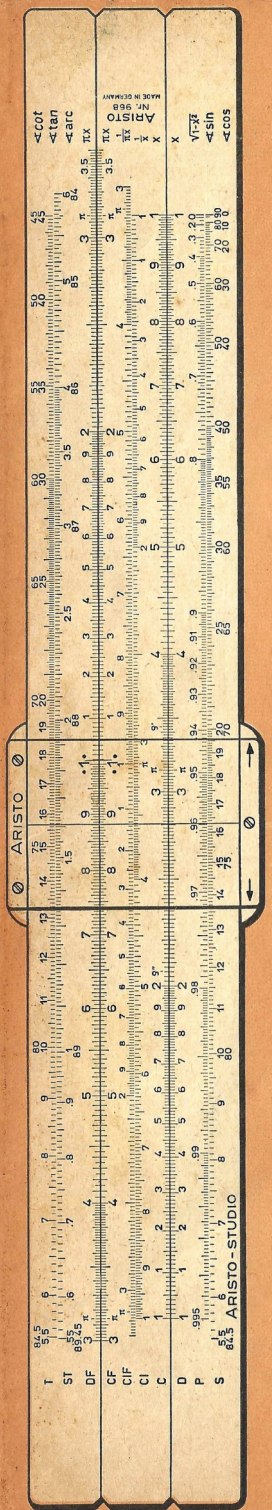
INSTRUCCIONES PARA USAR LA REGLA DE CALCULO

ARISTO

STUDIO

868 · 0968 · 1068

Patrón normal de cantidades 1367



S

INDICE

1. Disposición de las escalas 4
2. La lectura de las escalas 6
3. Exposición diagramática de ejemplos 7
4. Multiplicación 8
5. División 8
6. Multiplicación y división combinadas 9
7. Cálculo de proporciones 9
8. Las escalas recíprocas CI y CIF 9
9. Las escalas permutadas CF y DF 10
   9.1 Cálculo de tablas sin «correr» la reglilla 10
   9.2 Lectura directa de multiplicaciónes y divisiónes con el factor π 11
10. Las escalas A, B y K 11
11. La escala pitagórica P 12
12. Las funciones de ángulo 12
   12.1 La escala de senos S 13
   12.2 La escala de tangentes T 13
   12.3 Angulos pequeños 14
   12.4 La conversión de medidas de grados en medidas de arcos 14
   12.5 Las marcas ϱ' y ϱ'' 15
13. El cálculo trigonométrico de triángulos planos 15
14. Las escalas exponenciales LL1—LL3 y LL01—LL03 16
   14.1 Potencias y raíces con los exponentes 10 y 100 17
   14.2 Potencias $y = a^x$ 17
   14.3 Casos especiales de $y = a^x$ 18
   14.4 Potencias $y = e^x$ 20
   14.5 Raíces $a = \sqrt[x]{y}$ 21
   14.6 Logaritmos 21
15. Otras aplicaciones de las escalas exponenciales 23
   15.1 Cálculos proporcionales con las escalas exponenciales 23
   15.2 Funciones hiperbólicas 25
16. El cursor y sus marcas 25
   16.1 La marca 36 25
   16.2 Areas de círculo, peso de barras de acero dulce 25
   16.3 Las marcas kW y HP (PS) 25
   16.4 Quitar el cursor 26
   16.5 Ajustar el cursor 26
17. Escalas de cantidades de norma (NZ escala) 26
   17.1 Formación de la escala NZ 26
   17.2 Finalidad de la escala NZ 28
   17.3 Cálculo con la escala NZ 28
   17.4 Cálculo gráfico con cifras de norma 29
   17.5 Publicaciones sobre cifras de norma 30
18. La ARISTO tabla A 30
19. Tratamiento de la regla de cálculo ARISTO 31

LA REGLA DE CALCULO *ARISTO*-STUDIO

La ARISTO-Studio es una regla de cálculo exponencial universal apropiada para hombres de ciencia, ingenieros y estudiantes.

1. Disposición de las escalas

Lado de ángulos:

T	Escala de tangentes y cotangentes desde 5,5° a 45°	∢ tan	En el cuerpo superior de la regla
	retrógradamente desde 45° a 84,5°	∢ cot	
ST	Escala para ángulos pequeños desde 0,55° a 6° retrógradamente desde 84° a 89,45°	∢ arc	
DF	Escala fundamental permutada a π	πx	
CF	Escala fundamental permutada a π	πx	
CIF	Escala recíproca permutada a π	$1/\pi x$	En la reglilla
CI	Escala recíproca	$1/x$	
C	Escala fundamental	x	
D	Escala fundamental	x	
P	Escala pitagórica	$\sqrt{1-x^2}$	En el cuerpo inferior de la regla
S	Escala de senos y cosenos desde 5,5° a 90°	∢ sin	
	retrógradamente desde 0° a 84,5°	∢ cos	

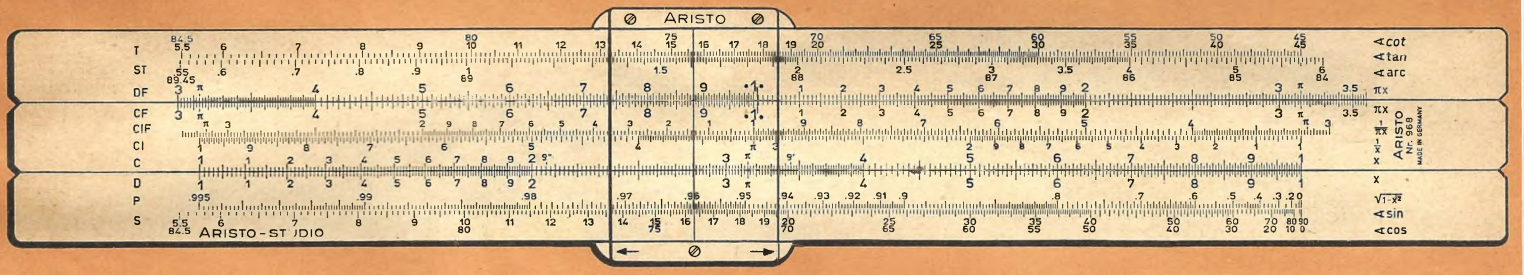


Fig. 1 Lado de ángulos

Lado de exponenciales:

LL01	Escala exponencial, alcance: desde 0,99—0,9	$e^{-0,01x}$	En el cuerpo superior de la regla
LL02	0,91—0,35	$e^{-0,1x}$	
LL03	0,4 —0,00001	e^{-x}	
A	Escala de cuadrados	x^2	
B	Escala de cuadrados	x^2	En la reglilla
L	Escala de Mantisas	lg x	
K	Escala de cubos	x^3	
C	Escala fundamental	x	
D	Escala fundamental	x	
LL3	Escala exponencial alcance: desde 2,5 —100000	e^{x}	En el cuerpo inferior de la regla
LL2	1,1 —3,0	$e^{0,1x}$	
LL1	1,01—1,11	$e^{0,01x}$	

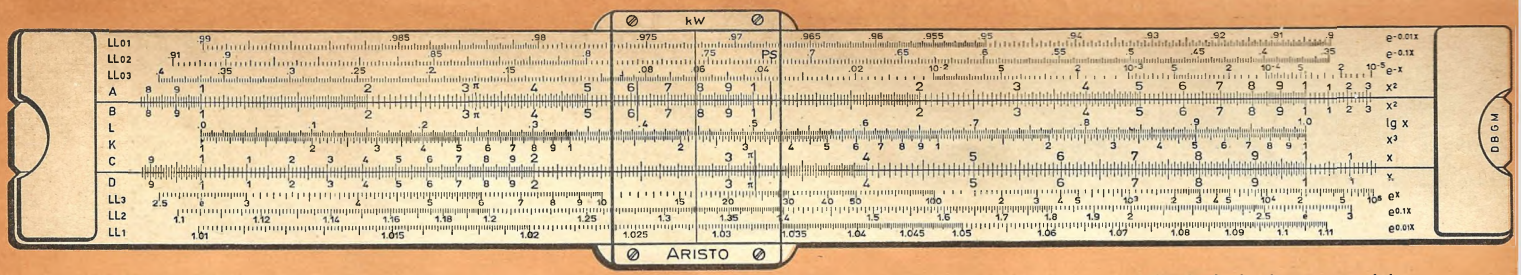


Fig. 2 Lado deexpon enciales

2. La lectura de las escalas

Para el empleo de la regla de cálculo es muy esencial, que se lean las escalas rápidamente y con seguridad. Las figuras 3—6 presentan ejemplos de lectura de las escalas fundamentales C y D, que son las más empleadas. Los intervalos principales se han marcado con largas rayas divisorias y con las cifras del 1 al 10 (fig. 3). El 10 ha sido de nuevo marcado como 1, puesto que esta raya divisoria, al principio de una nueva escala, puede considerarse como idéntica a la de la precedente.

Fig. 3 Los intervalos principales

Las escalas de la regla de cálculo han sido subdivididas en el espacio de las cifras 1 al 2 en forma parecida, como se hace en una escala milimétrica; la única diferencia es, que los intervalos divisorios van disminuyendo hacia la derecha y que la escala no comienza con 0, sino con 1.

Fig. 4 Lectura en el alcance de 1 al 2

La cifra 2 de una escala milimétrica puede equivaler a 2 cm, 20 mm, 0,2 dm, 0,02 m, etc.; igualmente la cifra de la escala de la regla de cálculo no da indicación alguna sobre el lugar, donde ha de colocarse la coma. Por esta razón es aconsejable leer la sucesión de cifras sin coma, expresando cada una de ellas, p. ej. uno — tres — cuatro y no ciento treinta y cuatro, para no cambiar u omitir ninguna cifra en la lectura. Para ejercitarse en la lectura, se corre lentamente la raya del cursor desde el valor 1 hacia la derecha, leyendo en cada una de las rayas de división las cifras en forma sucesiva: 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, etc.

En comparación con el ancho de los intervalos es la raya del cursor tan delgada, que puede colocarse con toda seguridad en el centro mismo de dos rayas. La vista puede también distinguir las fracciones pequeñas de un intervalo, de modo que después de cierta práctica puede apreciarse también la décima parte del intervalo.

Para ejercicio se corre la raya del cursor lentamente todavía más hacia la derecha, entre las rayas divisorias 131,0 a 132,0, p. ej. se apreciará: 131,0, 131,1, 131,2, 131,3, 131,4, 131,5 etc.

Entre una raya divisoria numerada y la siguiente a ella es necesario tomar en consideración los ceros, de modo especial al principio de la escala, p. ej. 100,0, 100,1, 100,2, 100,3 etc. (véase fig. 4).

Fig. 5 Lectura en el alcance de 2 a 4

Como los intervalos divisorios a la izquierda de la cifra 2 serán ya muy estrechos, se ha grabado en el alcance contiguo entre las cifras 2 y 4 tan sólo cada segunda raya divisoria; de ello ha resultado un nuevo cuadro de división, en el cual se contarán de raya en raya los valores pares: 200, 202, 204, 206, 208, 210, 212, 214, etc. Los centros de los intervalos dan los valores impares: 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, etc. La fig. 5 presenta algunos ejemplos de lectura.

Fig. 6 Lectura en el espacio del 4 al 10

En el espacio de 4 a 10 los intervalos saltan en 5 unidades, de modo que la lectura en las rayas divisorias sucesivas es aquí 400, 405, 410, 415, 420, 425, 430 etc.

Los valores intermedios deben ser apreciados por la vista, en el centro entre 400 y 405 queda el valor 4025 un poco a la izquierda el 402, algo a la derecha del centro 403. Correspondientemente el centro del intervalo próximo da el valor 4075. La figura 6 presenta una serie de posiciones.

Debe calcularse de tal modo, que los segmentos sean sumados o restados mecánicamente. El método para calcular puede aclararse en la forma más sencilla, teniendo a mano dos escalas milimétricas corredizas una frente a la otra.

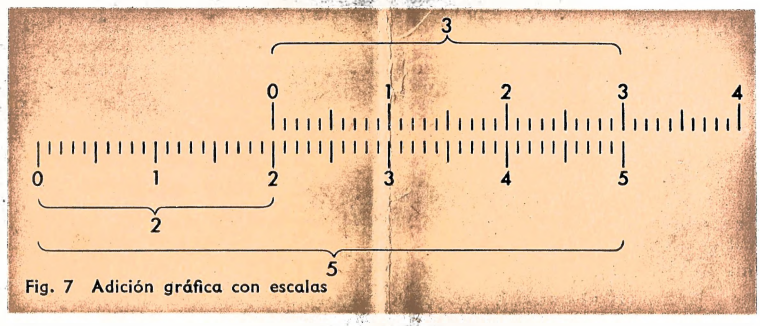


Fig. 7 Adición gráfica con escalas

La figura 7 presenta como ejemplo $2 + 3 = 5$. Si el extremo inicial de la regla superior graduada se coloca sobre el valor 2 de la regla graduada inferior, podrá sumarse a este segmento colocado 2, valiéndose de la escala superior, por ejemplo el segmento 3. Debajo del 3 de la escala superior se halla el resultado 5 en la escala graduada inferior. En la fig. 7 podría también leerse $2 + 1 = 3$ o $20 + 15 = 35$, si se contasen los milímetros.

También de la fig. 7 puede leerse la sustración $5 - 3 = 2$, pero el proceso de cálculo es en sentido inverso entonces. Del segmento 5 de la escala inferior se restará el segmento 3 de la escala superior, para ello se colocan los valores 5 y 3 uno sobre otro y debajo del extremo inicial de la escala superior se halla el resultado 2 en la escala inferior.

En las reglas de cálculo se hallan las divisiones sobre un cuerpo fijo y sobre una reglilla que puede correrse sobre él. La particularidad de la regla de cálculo consiste en que lleva escalas de división logarítmica. De esta forma la adición de dos segmentos da una multiplicación y la sustracción da una división.

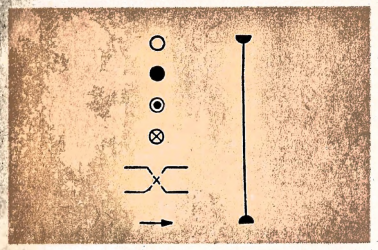
3. Exposición diagramática de ejemplos

A continuación deberá emplearse una forma demostrativa de los ejemplos de mayor impresión, que nos permita la vía de solución y la sucesión de posiciones de una manera más clara, que la ofrecida por las figuras corrientes de la regla de cálculo. Las escalas se marcan con líneas paralelas, a cuyos extremos se halla su denominación. Los símbolos siguientes facilitan la capacidad de lectura de los diagramas.

Posición inicial
Cada posición ulterior
Resultado final

Posición ocasional o lectura de un resultado intermedio

Volver la regla de cálculo
Las flechas indican la sucesión y dirección del movimiento
Una raya vertical simboliza el cursor



Como introducción sirva un simple ejemplo:

$$\frac{27}{6} \cdot 1{,}7 = 7{,}65 \text{ (fig. 8).}$$

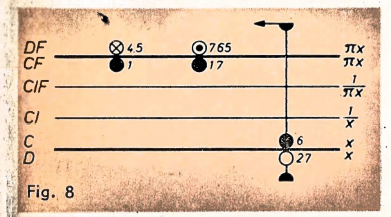


Fig. 8

4. Multiplicación

(Se suman dos segmentos)

El 1 del principio de la reglilla en la escala C se coloca sobre el valor 18 de la escala D. Corriendo el cursor al valor 13 de la escala C se sumará el segmento 13 al 18 y el resultado 234 se podrá leer bajo la raya del cursor sobre la escala D. La posición de la coma se averiguará por medio de un tanteo con números redondos

$$(20 \cdot 10 = 200)$$

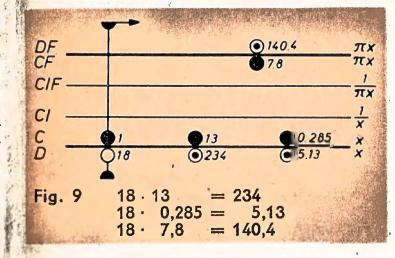


Fig. 9 $18 \cdot 13 = 234$
$18 \cdot 0{,}285 = 5{,}13$
$18 \cdot 7{,}8 = 140{,}4$

El problema $18 \cdot 7{,}8$ puede solucionarse, conforme a la exposición presentada hasta aquí, corriendo la reglilla, es decir, si se coloca el extremo final de la escala C sobre el 18 de la escala D. En la ARISTO-Studio puede evitarse esta posición auxiliar de la reglilla, continuando el cálculo con el par de escalas superiores CF/DF.

Las escalas CF y DF posibilitan este más sencillo cálculo, porque estas escalas son una repetición de las escalas fundamentales C y D, pero permutadas con relación a estas de tal modo, que el 1 del principio de la escala viene a quedar en el centro de la regla, para lograr así una superdivisión ya en la mitad del largo de la misma. Si en el par inferior de escalas se hallan p. ej. los valores 1 sobre la escala C y 18 sobre la D uno frente a otro, entonces puede leerse la misma posición en el par superior de escalas, a saber, el 1 sobre la escala CF y el 18 sobre la DF. Para significar la homogeneidad se han pintado de amarillo ambas escalas de la reglilla C y CF (véase cap. 9).

5. División

(Sustracción de dos segmentos, inversión de multiplicación)

La raya del cursor se colocará sobre el valor 2620 de la escala D y el valor 17,7 de la escala C se correrá hasta debajo de la raya del cursor, de modo que ambos valores queden uno bajo el otro. El resultado 148 se leerá bajo el principio de la reglilla de la escala C, en otros casos de ejemplos y en circunstancias dadas, debajo del final de

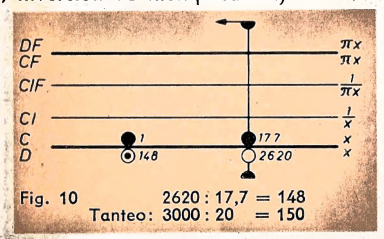


Fig. 10 $2620 : 17{,}7 = 148$
Tanteo: $3000 : 20 = 150$

la reglilla. Naturalmente sobre el 1 de la escala CF puede también leerse el resultado en la escala DF.

La posición de la reglilla es la misma que la de la multiplicación indicada arriba $148 \cdot 17{,}7 = 2620$. La diferencia entre la multiplicación y división consiste únicamente en la sucesión del proceso de trabajo. Después de colocar la división, el resultado se leerá cada vez bajo el principio o el final de las escalas que se hallan en el cuerpo, el corrimiento no tiene lugar aquí. Esta particularidad se aprovechará repetidamente en los capítulos siguientes.

6. Multiplicación y división combinadas

Al expresar la fórmula $\frac{a \cdot b}{c}$ se divide primeramente y a continuación se multiplica. Después de la división 345:132 en la fig. 11 no resulta necesario leer el resultado intermedio 2,61; el cursor se correrá al valor 22 de la escala C y entonces el resultado 57,5 se halla debajo en la escala D (compárese fig. 8).

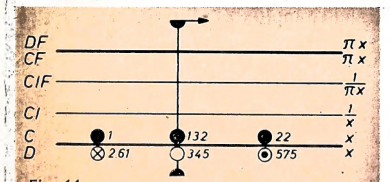


Fig. 11

$$\frac{345}{132} \cdot 22 = 57{,}5$$

Tanteo $\frac{300}{100} \cdot 20 = 60$

7. Cálculo de proporciones

Las proporciones de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \cdots$ pueden calcularse muy cómodamente con la regla de cálculo, porque con la colocación de una de las relaciones podrán leerse todas las demás con sólo correr el cursor. La línea de separación entre la escala del cuerpo y la de la reglilla viene a formar a la vez la raya de fracción. En general debería preferirse siempre esta clase de cálculo.

Ejemplo:

Conversión de milímetros en pulgadas:

¿Cuantos milímetros son 3,5 y 7 pulgadas? 1 pulgada = 25,4 mm.

La ecuación proporcional es:

$$\frac{1}{25{,}4} = \frac{3}{x} = \frac{5}{y} = \frac{7}{z}$$

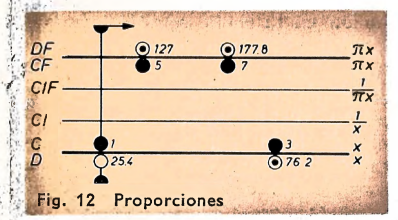


Fig. 12 Proporciones

Conforme a la posición en la fig. 12 el resultado es:

$x = 76{,}2$ mm; $y = 127{,}0$ mm; $z = 177{,}8$ mm.

Ejemplo: un dibujo debe reducirse en la proporción 1 : 2,5. Deben convertirse las dimensiones 38, 42, 64 y 16.

Se colocará la relación 1 : 2,5, las dimensiones buscadas 15,2; 16,8; 25,6 y 6,4 podrán leerse enfrente de los valores dados.

8. Las escalas recíprocas CI y CIF

Estas escalas corresponden a las escalas C y CF con la diferencia, que ellas han sido divididas y cifradas en sentido opuesto. Con ello el valor recíproco 1/x sobre la escala CI se halla frente a cada valor x de la escala fundamental C. Esto mismo tiene aplicación para las relaciones de las escalas CF y CIF entre sí. La ventaja de la escala recíproca consiste precisamente, en que con ella resulta posible convertir cada multiplicación en una división y toda división en una multiplicación, p. ej.

$$4 \cdot 5 = \frac{4}{1/5} \quad \text{y} \quad \frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{1}{5}$$

Las expresiones de fórmulas $a \cdot b \cdot c$ ó $\frac{a}{b \cdot c \cdot d}$ etc. se resolverán alternando la multiplicación y división, lo mismo que los problemas de multiplicación y división reunidas (cap. 6). Mientras el cálculo puede pasarse del grupo de escalas C, D y CI al de las escalas CF, DF y CIF, para evitar así el correr la reglilla al multiplicar.

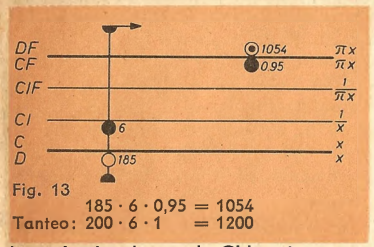


Fig. 13

$185 \cdot 6 \cdot 0{,}95 = 1054$

Tanteo: $200 \cdot 6 \cdot 1 = 1200$

En el ejemplo de la fig. 13 el factor 6 se colocará sobre la escala CI lo mismo que en una división, efectuando la multiplicación con 0,95 sobre la escala superior CF. El resultado 1054 aparece encima en la escala DF.

9. Las escalas permutadas CF y DF

Estas escalas corresponden en cuanto a su largo a las fundamentales C, D y CI. Solamente que han sido conmutadas al valor $\pi = 3{,}141\,59$, es decir, han sido trasladadas con relación a las escalas fundamentales de tal modo, que su valor π se halla exactamente sobre el principio, respectivamente el fín de las escalas fundamentales. Su valor 1 queda así hacia el medio de la escala, de forma que se sigue una sobredivisión de la mitad del largo de la escala. Con ello se logran considerables ventajas al multiplicar, calcular tablas y en los cálculos de proporciones, porque se evita aquí el corrimiento de la reglilla.

El índice 1 de la escala CF presenta siempre en la escala DF la misma posición, que el 1 ó 10 de la escala C sobre la escala D. Las multiplicaciones efectuadas antes pueden comenzarse también, por consiguiente, con el par de escalas superiores CF/DF, y precísamente con ventaja, porque ya desde el principio se mantiene siempre la posición inicial correcta. La reflexión, de si ha de comenzarse con el extremo izquierdo o derecho de la regla, resulta innecesaria aquí. Si se coloca una división con las escalas superiores, el numerador y denominador se hallan en la regla de cálculo uno sobre otro exactamente igual como en la forma de escritura de quebrados.

Ambos pares de escalas CF/DF y C/D forman una comunidad de trabajo; si un resultado no pudiese ya leerse en uno de los pares de escalas, entonces resulta posible su lectura en el otro par, pero no tiene lugar aquí ya corrimiento alguno de la reglilla. Las rayas amarillas sobre la reglilla sirven aquí para recordar unicamente, que los factores deben ser colocados sobre las escalas movibles de la reglilla C y CF, al objeto de evitar errores, ya que C se desliza sobre D, pero CF lo hace debajo de DF.

9.1 Cálculo de tablas sin ‹correr› la reglilla

$$y = 29\,x$$

x	1,7	3,45	5,0	10
y	49,3	100	145	290

Para $x = 5$ puede leerse sobre el par de escalas superior CF y DF, sin necesidad de correr la reglilla.

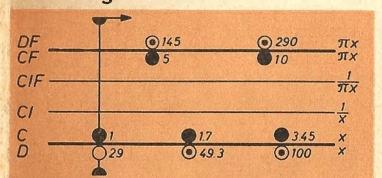


Fig. 14

$$y = \frac{28{,}2}{x} = 28{,}2 \cdot \frac{1}{x}$$

x	7,43	2,92	1,567
y	3,795	9,66	18,0

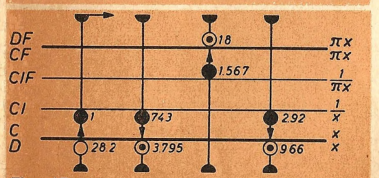


Fig. 15

$$y = \frac{x}{18{,}2} = \frac{1}{18{,}2} \cdot x$$

x	3,17	112,1
y	0,1742	6,16

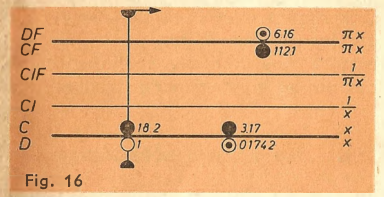


Fig. 16

9.2 Lectura directa de multiplicaciónes y divisiónes con el factor π

Como las escalas CF, DF y CIF están permutadas al valor π, resulta la ventaja ulterior, que al pasar de la D a la DF, resptv. de C a CF, se efectuará una multiplicación, y en sentido inverso una división, con π.

Si p. ej. se coloca el diámetro d sobre la escala D con la raya del cursor, puede leerse arriba sobre la escala DF la circunferencia $U = d\pi$. En forma semejante se calculan frecuencias circulares $\omega = 2\,f\pi$.

En todos los problemas complicados, que encierra el factor π, deberá tenerse en consideración este factor π al efectuar la última lectura

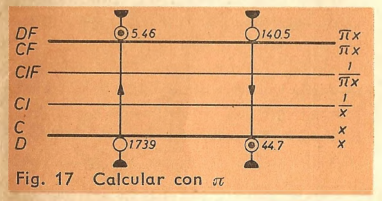


Fig. 17 Calcular con π

$$1{,}739\,\pi = 5{,}46 \qquad \frac{140{,}5}{\pi} = 44{,}7$$

$$\frac{\pi}{5{,}73} = 0{,}548 \qquad \frac{1}{21 \cdot \pi} = 0{,}01\,516$$

En tales tareas como estas se hará uso auxiliar de las escala CI y CIF

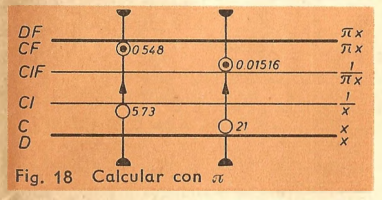


Fig. 18 Calcular con π

10. Las escalas A, B y K

Si la raya del cursor se coloca sobre un valor deseado x de la escala C, entonces podrá leerse sobre la escala B el valor del cuadrado x^2 y sobre la escala K el valor de cubo x^3. Efectuando el cálculo en sentido inverso se obtendrá la raíz segunda y tercera.

a) $2^2 = 4 \qquad 2^3 = 8$

b) $32{,}7^2 = 3{,}27^2 \cdot 10^2 = 1070$

$32{,}7^3 = 3{,}27^3 \cdot 10^3 = 35\,000$

c) $\sqrt[2]{9} = 3 \qquad \sqrt[3]{27} = 3$

d) $\sqrt[2]{51} = 7{,}14 \qquad \sqrt[3]{364} = 7{,}14$

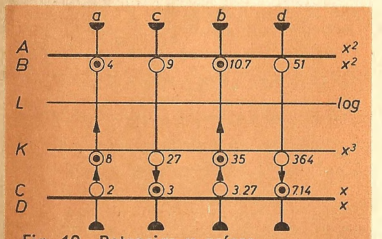


Fig. 19 Potencias y raíces

La forma más fácil de apreciar la posición de la coma es por medio de un cálculo de tanteo. Al obtener cubos y extraer raíces es ventajoso, descomponer las potencias decenales, para obtener valores numerales, cuya solución pueda abarcarse a primera vista. A este fin es recomendable imaginarse las escalas de cuadrados desde 1 hasta 100 y las de cubos desde 1 hasta 1000. El espacio en que haya de colocarse el cursor deberá averiguarse por estas cifras imaginadas.

Ejemplos: $\sqrt{3200} = \sqrt{32 \cdot 100} = 10 \cdot \sqrt{32} = 10 \cdot 5{,}66 = 56{,}6$

$$\sqrt[3]{0{,}1813} = \sqrt[3]{\frac{181{,}3}{1000}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{181{,}3} = \frac{1}{10} \cdot 5{,}66 = 0{,}566$$

Con ambas escalas de cuadrados A y B puede calcularse igual que con las escalas fundamentales, desde luego con menor exactitud. En muchas tareas resulta muy cómodo, continuar calculando sobre las escalas de cuadrados, cuando se ha comenzado con una operación de cuadrados.

11. La escala pitagórica P

En un triángulo rectángulo con hipotenusa 1 tiene aplicación la fórmula $y = \sqrt{1 - x^2}$.

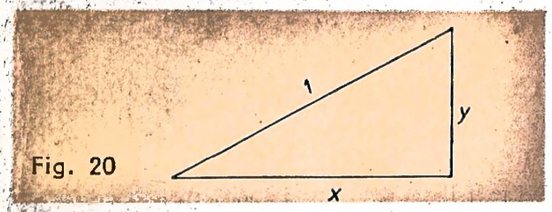


Fig. 20

Para cualquier posición x sobre la escala fundamental D se leerá en la escala P el valor $y = \sqrt{1 - x^2}$.

En sentido inverso rige también $x = \sqrt{1 - y^2}$.

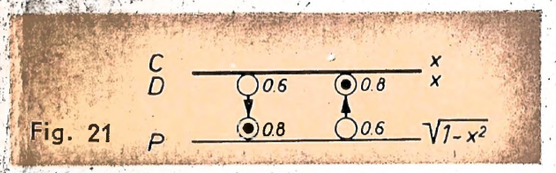


Fig. 21

Ejemplo:

$\sqrt{1 - 0{,}6^2} = 0{,}8; \quad \sqrt{1 - 0{,}8^2} = 0{,}6$

Se elegirá siempre la mejor forma de lectura, para lograr la mayor exactitud. p. ej. $\sqrt{1 - 0{,}15^2} = 0{,}9887$ (aquí colocar 0,15 sobre la escala D).

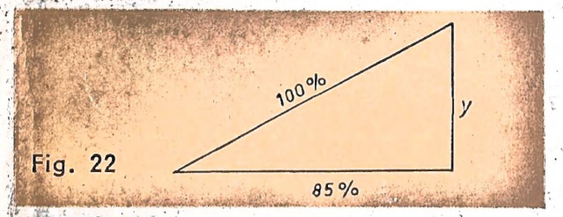


Fig. 22

Ejemplo de la electrotécnica:

Carga aparente: 100%
carga efectiva: 85%

Carga reactiva: $= \sqrt{1 - 0{,}85^2} = 0{,}527$, o sea $= 52{,}7\%$

Esta forma de solución es únicamente sencilla, cuando la hipotenusa es 1 ó 10, 100 etc-, para la conversión de senos $\longleftrightarrow$ cosenos. Si se tratase de otros cualquier triángulos rectángulos, resultaría más elegante la solución trigonométrica (véase cap. 13).

Para cálculo más exacto de raíz cuadrada se formula p. ej.

$$\sqrt{0{,}91} = \sqrt{1 - 0{,}09} = 0{,}9540$$

0,09 se coloca en la parte izquierda de la escala A, entonces se hallará $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$ en la D y el valor $\sqrt{1 - 0{,}3^2} = 0{,}9540$ en P.

Se garantiza un aumento de exactitud hasta más de unos $\sqrt{0{,}65}$. Esta forma de cálculo será conveniente siempre, cuando el radicando sea $< 0{,}01, 1, 100$ etc.

12. Las funciones de ángulo

Todas las funciones de ángulo están relacionadas con la escala fundamental D y los valores de los ángulos se han indicado para división de 360° con subdivisión decimal.

Para toda colocación de un ángulo en las escalas S, T y ST se leerá la función angular en la escala D. Efectuando la lectura en sentido inverso, para cada valor de función colocado en la escala D, se encontrará el ángulo en la correspondiente escala de ángulos.

La regla de cálculo da sólo las funciones para ángulo en el primer cuadrante. Para reducción de cualquier ángulo deseado al primer cuadrante se han reunido en una tabla las relaciones de las funciones angulares.

	$\pm\alpha$	$90° \pm \alpha$	$180° \pm \alpha$	$270° \pm \alpha$	$45° \pm \alpha$
sen	$\pm$ sen α	+ cos α	$\mp$ sen α	− cos α	cos (45° $\mp \alpha$)
cos	+ cos α	$\mp$ sen α	− cos α	$\pm$ sen α	sen (45° $\mp \alpha$)
tan	$\pm$ tan α	$\mp$ cot α	$\pm$ tan α	$\mp$ cot α	cot (45° $\mp \alpha$)
cot	$\pm$ cot α	$\mp$ tan α	$\pm$ cot α	$\mp$ tan α	tan (45° $\mp \alpha$)

12.1 **La escala de senos S** alcanza desde 5,5° a 90° y para los valores de cosenos en sentido retrógrado desde 0° a 84,5° se ha previsto con cifras rojas.

Todos los valores de senos o cosenos leidos en la escala fundamental comienzan con 0, . . .

Los valores de seno para ángulos de $45° < \alpha < 90°$ se hallan según la relación $\alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ con más exactitud en la escala P con cifras rojas. Regla sobre el color para las funciones de los senos: a causa de $\cos \alpha = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha}$ tienen aplicación para los valores de cos $5{,}5° < \alpha < 45°$ análogas relaciones con la regla para el color: Para cada colocación en la escala S pertenece la lectura en el otro color en la escala D ó P.

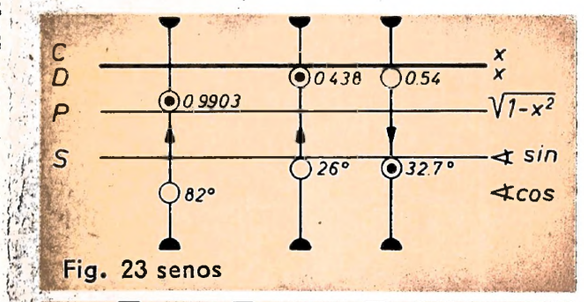


Fig. 23 senos

sen 26° = 0,438

sen 82° $= \sqrt{1 - \cos^2 82°}$
$= 0{,}9903$

arc sen 0,54 = 32,7°

cos 75° = 0,2588

cos 7° $= \sqrt{1 - \text{sen}^2 7°}$
$= 0{,}99255$

arc cos 0,9852 = 9,87°

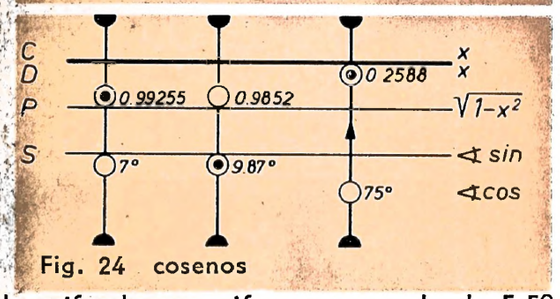


Fig. 24 cosenos

12.2 **La escala de tangentes T** se ha cifrado con cifras negras desde 5,5° hasta 45° y con cifras rojas retrógradamente desde 45° hasta 84,5°.

La función de tangentes para valores de ángulo negros se leerá sobre la escala negra D, sus valores comienzan con 0, . . .

Los valores de tangente de ángulos $\alpha > 45°$ (cifras rojas) se encuentran sobre la escala CI (cifras rojas) según la relación

$$\tan \alpha = \frac{1}{\tan (90 - \alpha)}.$$

Para leer el valor de función deberá ser corrida en este caso la reglilla a la posición básica. Estos valores son siempre > 1. Los valores de tangente se colocan y leen siempre en el mismo color.

Para averiguar los valores de cotangente tiene validez la fórmula $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$, se forman pués los valores recíprocos. Así que los valores de cotangente para ángulos $\alpha < 45°$ se leen sobre la escala CI y para los ángulos $\alpha > 45°$ sobre la escala D. Es decir colocar y leer siempre los colores desiguales.

tan 14° = 0,2493

tan 80° $= \frac{1}{\tan 10°} = 5{,}67$

tan 80° = cot 10° = 5,67

arc tan 1,75 = 60,25°

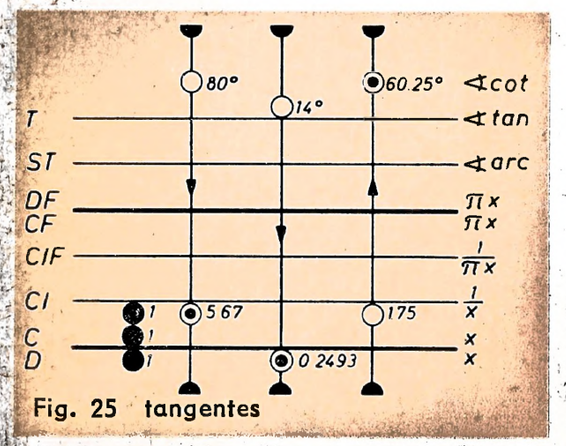


Fig. 25 tangentes

$$\text{cot } 77° = 0{,}2309$$
$$\text{cot } 9° = \frac{1}{\tan 9°} = 6{,}31$$
$$\text{arc cot } 2{,}0 = 26{,}57°$$

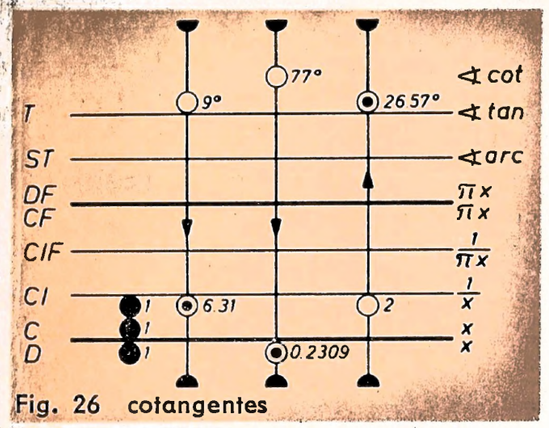


Fig. 26 cotangentes

12.3 Angulos pequeños

Cuando deba determinarse sen α y tan α para $\alpha < 5{,}5°$, igualmente que cos α y cot α para $\alpha > 84{,}5°$, se aplicará la fórmula de aproximación

$$\text{sen}\,\alpha \approx \tan\alpha \approx \cos(90° - \alpha) \approx \cot(90° - \alpha) \approx \text{arc}\,\alpha = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha = 0{,}01745\,\alpha$$

La escala de ángulos ST, cuyo alcance es desde 0,55° hasta 6°, da valores exactos para la medida de arco y facilita la lectura simultánea de los valores de seno, tangente y arco sobre la escala fundamental D. La numeración retrógrada con cifras rojas de la escala ST desde 84° hasta 89,45° tiene validez para los correspondientes valores de cosenos y cotangentes.

La coincidencia entre sen α, tan α y arc α es muy buena hasta 4°, tratándose de ángulos mayores se calculará más exactamente con:

$$\text{sen}\,\alpha \approx \alpha \cdot \frac{\text{sen } 6°}{6} \text{ respty., } \tan\alpha \approx \alpha \cdot \frac{\tan 6°}{6}$$

Los valores cos α para $\alpha < 5{,}7°$ y sen α para $\alpha > 84{,}3°$ pueden ser leidos de la regla de cálculo, pero sólo con inexactitud. Aquí ayudará para el cálculo un desarrollo de fórmulas:

$$\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \text{ (en medida de arco)}$$

$$\cos 1° \approx 1 - \frac{0{,}01745°}{2} = 0{,}999848$$

Colocando el valor de ángulo α sobre la escala ST se tomará de la escala A ya α^2 en medida de arco.

12.4 La conversión de medidas de grados en medidas de arcos tiene lugar con una colocación del cursor, porque la escala ST es una escala fundamental permutada a $\frac{\pi}{180}$ frente a la escala D. Al pasar de la ST a la D, una medida de grado se convierte en una de arco y en sentido inverso una medida de arco en una de grado. Este cálculo no tiene aplicación tan sólo para los ángulos indicados en la escala ST, sino que, debido a la división decimal de grados, tiene también valor al mismo tiempo para todo ángulo, pues el 1 puede leerse también como 0,1°, 10°, etc., por consiguiente se desplaza únicamente el lugar de la coma en las medidas de arco.

p. ej. a) $0{,}1° = 0{,}001745$ b) $10° = 0{,}1745$
c) $\tan 5° = 0{,}08725$ d) $\tan 0{,}5° = 0{,}008725$
e) $\tan 85° = \cot 5° = 11{,}45$ f) $\tan 89{,}5° = \cot 0{,}5° = 114{,}5$.

Para los problemas e) y f) el cursor se colocará lo mismo que para c) y d) sobre 5° en la escala ST, el resultado se leerá sin embargo en la escala CI, si la reglilla se halla en la posición cero.

Si los ángulos pequeños se han indicado en minutos o segundos, serán estos convertidos en valores decimales de un grado:

$1' = 1/60°$ y $1'' = 1/3600°$ (véase también los números 12,5 y 16.1).

Colocando el 6 o 36 de la escala CF bajo el 1° en la escala ST, se obtiene una formación de tablas más favorables para tales conversiones.

12.5 Las marcas ϱ′ y ϱ″ de la escala de la reglilla C dan una conversión más simplificada, si los ángulos pequeños han sido indicados en minutos o segundos, su significado es:

$$\varrho' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 = 3438 \qquad \varrho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206265$$

Con ello basta una división para la conversión:

$$\text{arc}\,\alpha = \frac{\alpha'}{\varrho'} = \frac{\alpha''}{\varrho''}$$

$$\text{p. ej. arc } 22' = \frac{22'}{\varrho'} = 0{,}00640$$

Haciendo uso de estas marcas ϱ resultará el cálculo muy cómodo para ángulos pequeños o arcos con radios cualquiera.

$\alpha = \frac{b}{r} \cdot \varrho$, si se ha buscado el ángulo

$b = \frac{\alpha \cdot r}{\varrho}$, si se ha buscado el largo de arco.

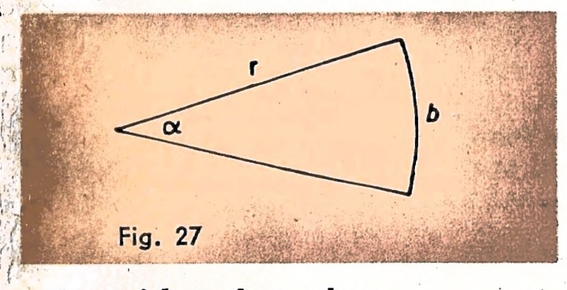


Fig. 27

13. El cálculo trigonométrico de triángulos planos

La fórmula de seno es un ejemplo modelo para el empleo más favorable del cálculo proporcional con la regla de cálculo.

$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{\text{sen}\,\gamma}$$

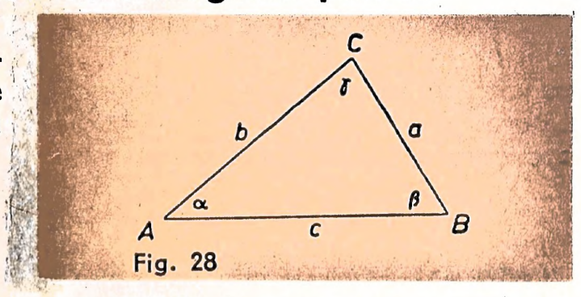


Fig. 28

Si se coloca una de estas relaciónes, poniendo opuestamente el segmento sobre la escala C y el ángulo opuesto sobre la S, se habrán colocado ya con ello también las demás relaciones, de modo que para cada lado podrá leerse el ángulo correspondiente y viceversa para cada ángulo el lado opuesto.

Lo más frecuente en la práctica es el cálculo de triángulos rectángulares. En este caso especial es $\gamma = 90°$ y por consecuencia seno $\gamma = 1$, así mismo $\alpha = 90° - \beta$ y $\beta = 90° - \alpha$. La fórmula de seno se formulará entonces:

$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{1} = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{b}{\cos\alpha}$$

además es: $\tan\alpha = \frac{a}{b}$

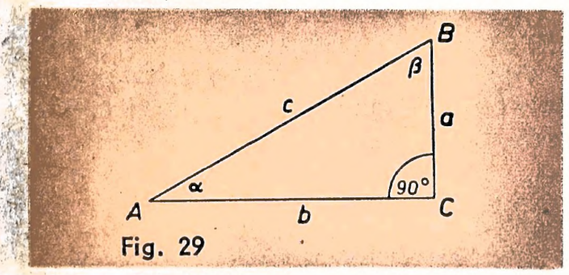


Fig. 29

Según sean las partes dadas, se presentarán en cuestión dos operaciones fundamentales de cálculo:

1. Se han dado dos partes cualquiera (con excepción de caso 2)
2. Dados son los catetos a y b.

Ejemplos para 1:

dados: $c = 5, \quad a = 3$
a buscar: α, β, b
considérese: $\beta = 90° - \alpha$

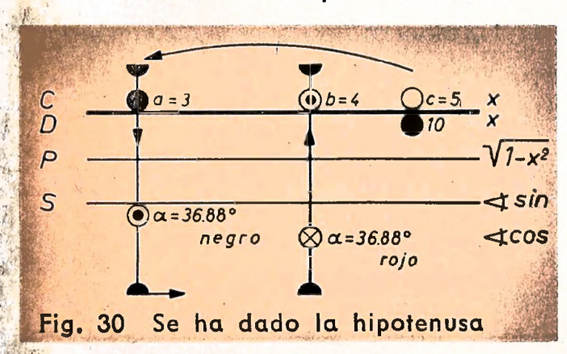


Fig. 30 Se ha dado la hipotenusa

Comenzar siempre con c en escala C encima de 1 ó 10 en escala D; frente al cateto en C se hallará entonces el ángulo correspondiente en la escala S. Se procederá correspondientemente, si los dados son un cateto y un ángulo, colocando la relación del seno del cateto y del ángulo opuesto con las escalas S y C. A veces es más ventajoso calcular con la escala CF en lugar de con la C, para evitar con ello el corrimiento de la reglilla.

Ejemplo para 2:

dados: $a = 3, \quad b = 4$

a buscar: α, β, c

$$\tan\alpha = \frac{3}{4} = 3 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\alpha = 36{,}88°$$

$$c = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{3}{\operatorname{sen} 36{,}88°} = 5$$

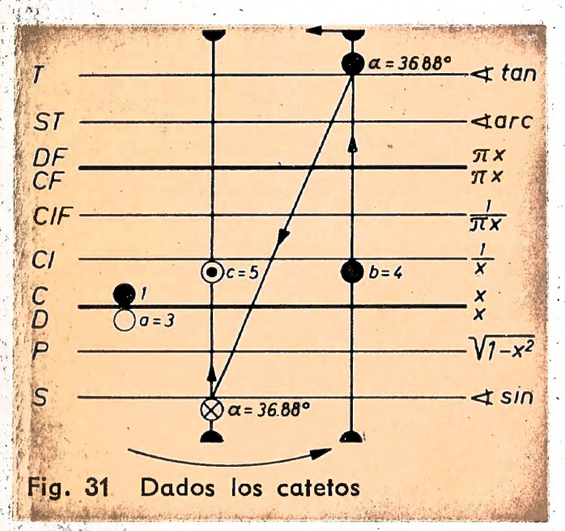


Fig. 31 Dados los catetos

Después de haber encontrado α sobre la escala T, se colocará el cursor sobre seno 36,88°, permaneciendo la reglilla en la misma posición, y después se leerá el valor c = 5 sobre la escala CI.

Otro ejemplo más para esta clase de cálculo: dados: a = 15, b = 25
solución: $\alpha = 30{,}96°$; $\beta = 90° - 30{,}96° = 59{,}04°$; $c = 29{,}16$

Aunque a > b, o sea, α resulte > de 45°, no alterará el proceso de cálculo, se comenzará igualmente el cálculo con el cateto más pequeño. En este caso el ángulo α se leerá como ángulo de complemento con el auxilio de la numeración roja en la escala T, colocando el mismo como cos α en la numeración roja de la escala S.

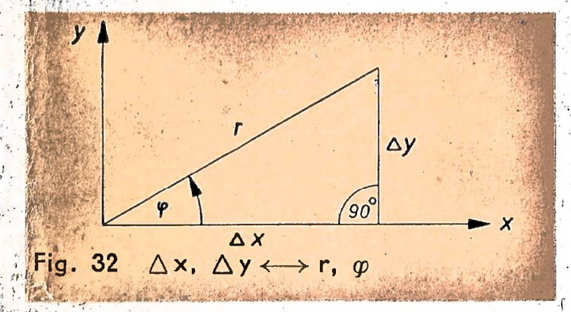


Fig. 32 $\Delta x, \Delta y \longleftrightarrow r, \varphi$

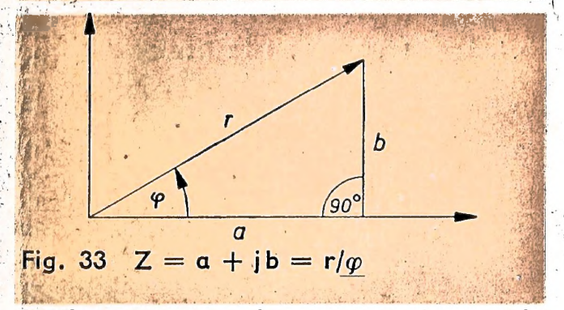


Fig. 33 $Z = a + jb = r/\varphi$

Estas dos clases indicadas de cálculo para triángulos rectos, tienen una importancia especial en los cálculos de coordinados y de vectores, igualmente que en cálculos con números complejos. En estas tales tareas se trata siempre de conversiones de coordinados rectos a coordinados polares y de la operación inversa a estas.

Las cantidades complejas permiten ser fácilmente sumadas o restadas en la fórmula de componentes $Z = a + jb$, por el contrario en la fórmula de vector $Z = r \cdot e^{j\varphi} = r/\varphi$ permiten ser multiplicadas, divididas y elevadas a potencias. Por tal motivo la conversión de una fórmula a la otra debe ser efectuada frecuentemente.

Ejemplos: $Z = 4{,}5 + j\,1{,}3 = 4{,}68/16{,}13°$ $\quad Z = 6{,}7/49° = 4{,}39 + j\,5{,}05$

El proceso de cálculo resulta de las explicaciones anteriores.

14. Las escalas exponenciales LL1—LL3 y LL01—LL03

Todas las escalas exponenciales están referidas a la escala fundamental D. Alcanzan ellas con 3 escalas e^{+x} LL1, LL2 y LL3 desde 1,01 hasta 100000 y con 3 escalas e^{-x} LL01, LL02 y LL03 desde 0,00001 hasta 0,99.

Las escalas e^{+x} y e^{-x} son recíprocas entre sí. De estas se determinan valores recíprocos de cantidades < 2,5 con mayor exactitud, que empleando las escalas CI o CIF.

$$\frac{1}{1{,}0170} = 0{,}98328$$

Téngase en cuenta: Las escalas exponenciales son escalas de valores de colocación fija de decimales, es decir, 1,35 significa tan sólo 1,35, pero no también 13,5 o 135, como ocurre en las escalas fundamentales.

14.1 Potencias y raíces con los exponentes 10 y 100

Las escalas exponenciales han sido dispuestas de tal modo, que al paso de una escala LL a la contigua se calcula en cada caso la potencia 10 o la raíz 10, según el sentido en que se efectúe la lectura. Las variaciones resultantes de ello se muestran en la fig. 34 y sus ejemplos.

Ejemplos:

$1{,}015^{10} = 1{,}1605$

$1{,}015^{100} = 4{,}43$

$1{,}015^{-100} = 0{,}2257 = 1/4{,}43$

$1{,}015^{-10} = 0{,}8617 = 1/1{,}1605$

$1{,}015^{-1} = 0{,}98522 = 1/1{,}015$

Estos ejemplos, raros en la práctica, sirven para mejor compresión en la formación de las escalas exponenciales.

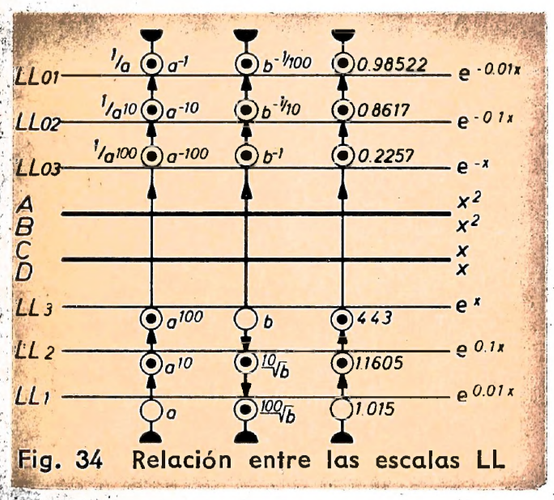


Fig. 34 Relación entre las escalas LL

14.2 Potencias $y = a^x$

De la misma manera como se multiplica con las escalas fundamentales, puede elevarse a potencias empleando las escalas LL.

Proceso para el cálculo:

a) Colocar el extremo inicial o final de la escala C sobre el valor básico «a» de la correspondiente escala LL con la ayuda del cursor.

b) Colocar el exponente x sobre la escala C, corriendo el cursor.

c) Lectura del valor potencial «y» bajo la raya del cursor sobre la escala LL correcta (véase reglas para la lectura).

Con la colocación del valor básico se obtiene un cuadro de tabla para la función $y = a^x$. La fig. 35 presenta la posición para la función $y = 3{,}2^x$, en cuyo caso el cursor se halla sobre el exponente 2,5 y sus variaciones decimales.

Ejemplos:		Lectura de escalas
$3{,}2^{2{,}5}$	= 18,3	LL3
$3{,}2^{0{,}25}$	= 1,338	LL2
$3{,}2^{0{,}025}$	= 1,02955	LL1
$3{,}2^{-2{,}5}$	= 0,0546	LL03
$3{,}2^{-0{,}25}$	= 0,7476	LL02
$3{,}2^{-0{,}025}$	= 0,97134	LL01
$3{,}2^{3{,}1}$	= 36,8	LL3
$3{,}2^{0{,}36}$	= 1,520	LL2

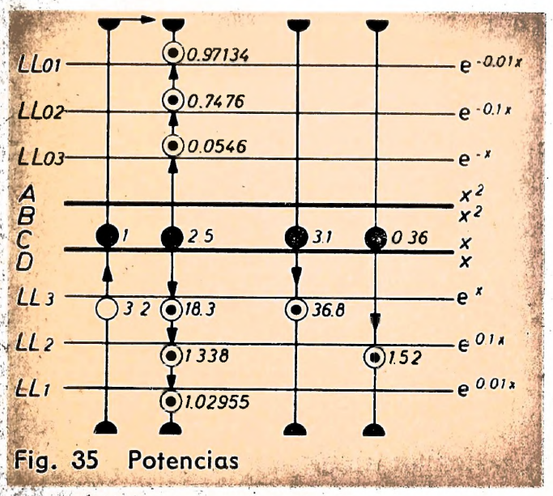


Fig. 35 Potencias

Reglas para la lectura:

a) Siendo los exponentes positivos, las posiciones y resultados se hallan en el mismo grupo de escalas LL1—LL3 ó LL01—LL03, es decir, se permanece dentro del mismo color. Si por el contrario son los exponentes negativos se cambia de un grupo de escalas al otro (cambio de color).

b) Análogamente a las inscripciones impresas de las escalas en el extremo derecho de la regla graduada, tiene lugar la lectura sobre la escala contigua de índice de cifras más bajo LL, siempre que, al variar el exponente, deba correrse la coma un lugar hacia la izquierda (compárese fig. 35).

c) Si se coloca el valor básico con el extremo derecho de la reglilla, se efectuará la lectura sobre la escala contigua de más-índice de cifras (fig. 38).

Para $0 < a < 1$ se encontrarán las potencias con exponentes positivos en el grupo de escalas LL01—LL03 y con exponentes negativos en el grupo de escalas LL1—LL3.

Ejemplos:

$0{,}85^{3{,}25} = 0{,}5896$
$0{,}85^{-3{,}25} = 1{,}696$
} Véase fig. 36

Otros ejemplos más en las fig. 37 y 38

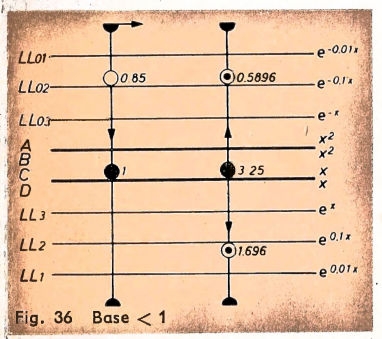


Fig. 36 Base < 1

Ejemplos:

$1{,}46^{2{,}7} = 2{,}78$
$1{,}46^{-2{,}7} = 0{,}36$
$0{,}658^{2{,}7} = 0{,}36$
$0{,}685^{-2{,}7} = 2{,}78$
} véase fig. 37 ó 38

Para estos ejemplos hay dos soluciones posibles, o se colocará el principio de la reglilla o el extremo final de la misma sobre la base.

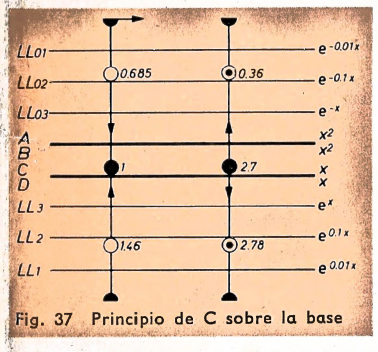


Fig. 37 Principio de C sobre la base

14.3 Casos especiales de $y = a^x$

Las posibilidades para variar los exponentes y valores básicos, son limitadas por el alcance de las escalas exponenciales.

14.31 $\langle y \rangle > 100000$ y $\langle y \rangle < 0{,}00001$

Cuando el resultado de una potencia sobrepasa el alcance de las escalas exponenciales, el exponente deberá descomponerse en sumandos y con ello la potencia en factores.

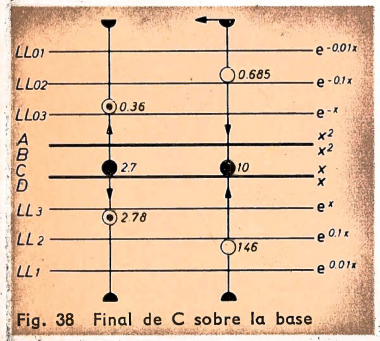


Fig. 38 Final de C sobre la base

Ejemplos:

$3{,}14^{19} = 3{,}14^{6+6+7} = (3{,}14^6)^2 \cdot 3{,}14^7 = 0{,}955^2 \cdot 10^6 \cdot 3{,}02 \cdot 10^3 = 2{,}76 \cdot 10^9$.

Para exponentes negativos tiene, naturalmente, valor el mismo proceso de solución.

14.32 $0{,}99 < y < 1{,}01$

Si el valor de una potencia, por tratarse de un exponente pequeño, fuese menor de 1,01, pero mayor de 0,99 el resultado no podrá entonces tomarse de la escala LL. El desarrollo siguiente de formula

$$a^{\pm x} = 1 \pm \frac{x}{1!} \ln a + \frac{x^2}{2!} \ln^2 a \pm \frac{x^3}{3!} \ln^3 a + \dots$$

nos da para ello una solución aproximada:

$$a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a \quad \text{para } |x| \ll 1$$

Cuando con ayuda del cursor el 1 de la escala C se ha colocado sobre la base a en la escala LL, se halla el mismo ya sobre el valor ln a en la escala D (compárese los números 14.4 y 14.6) y entonces una multiplicación con x, corriendo el cursor sobre la escala C, nos dará la lectura de $x \cdot \ln a$ en la escala D. Si este valor intermedio se suma a uno o se resta de 1, se obtendrá el valor potencial buscado $a^{\pm x}$. Cuanto más pequeño sea el exponente, tanto más exacto será el resultado obtenido por este método de cálculo.

Ejemplo:

$3{,}2^{0{,}0025} \approx 1 + \ln 3{,}2 \cdot 0{,}0025$ (como continuación del ejemplo $3{,}2^x$)
$\approx 1 + 0{,}002908 = 1{,}002908$
$3{,}2^{-0{,}0025} \approx 1 - 0{,}002908 = 0{,}997092$

Si el exponente se reduce todavía más en el mismo sentido por correrse la coma, entonces el resultado se altera solamente en cuanto al número de ceros o nueves detrás de la coma.

$$3{,}2^{0{,}00025} = 1{,}000\,2908$$

14.33 $0{,}99 < a < 1{,}01$

Cuando en la potencia $y = a^x$ sea la base mayor de 0,99, pero menor de 1,01, ayudará igualmente una solución de aproximación.

Según el desarrollo anterior de fórmulas tiene validez $a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a$. Como a es casi 1, puede escribirse $a = 1 \pm n$, con ello tendrá valor:

$$a^x = (1 \pm n)^x = 1 + x \cdot \ln (1 \pm n)$$

$$\ln (1 \pm n) = \pm n - \frac{n^2}{2} \pm \frac{n^3}{3} - \cdots$$

$$\ln (1 \pm n) \approx \pm n \quad (\text{para } |n| \ll 1)$$

$$(1 \pm n)^x \approx 1 \pm n\,x$$

$$(1 \pm n)^{-x} \approx 1 \pm n\,x$$

Resulta por consiguiente lo mismo, si, para el alcance dado anteriormente, ln (1 + n) es colocada en escala LL o n en la escala D, porque la aproximación $\ln (1 \pm n) \approx \pm n$ será tanto más exacta, cuanto más pequeña vaya siendo n. Si el alcance de la escala LL no fuera suficiente, podrá continuarse calculando con la escala D como continuación de la escala LL, colocando en lugar del valor $1 \pm n$ el valor $\pm n$. Si se coloca el 1 de la escala C sobre n de la escala D, entonces esta posición es prácticamente idéntica a la colocación $\ln (1 \pm n)$ en una escala exponencial, que puede considerarse como continuación para el alcance desde 1,001 hasta 1,01, resptv. 0,99 hasta 0,999. A continuación se calculará según las reglas para elevación a potencias. Todos los resultados tomados de la escala D, son fundamentalmente resultado de una simple multiplicación y deben completarse por la adición del 1.

Para exponentes que van aumentando podrá leerse el resultado directamente en las correspondientes escalas exponenciales.

Ejemplos	lectura sobre escala
$1{,}0023^{3{,}7} = (1 + 0{,}0023)^{3{,}7} = 1{,}00851$	D adición a 1
$1{,}0023^{37} = 1{,}0888$	LL1
$0{,}9977^{3{,}7} = (1 - 0{,}0023)^{3{,}7} = 0{,}99149$	D sustracción de 1
$0{,}9977^{37} = 0{,}9184$	LL01

Si el cursor se coloca sobre el principio de la escala D, la diferencia de la raya divisoria 1,01 de la escala LL1 frente a la raya del cursor facilita una idea de la magnitud de la falta, que pudiera producirse en el cálculo de aproximación. Las faltas de la aproximación serán lo más grandes, cuando se coloque y se lea en la escala auxiliar D.

14.34 Aumento de la exactitud en el cálculo

Todavía se logrará una mayor exactitud, cuando la divergencia de la escala fundamental D, con relación a la escala exponencial exacta, sea corregida, teniendo en consideración el miembro de ecuación cuadrada del desarrollo de fórmulas.

A) $\ln(1 \pm n) \approx \pm n\,(1 \mp n/2)$ para colocación de la base en escala D

B) $e^{\pm x} \approx 1 \pm x\,(1 \pm x/2)$ para la lectura en escala D.

Si el resultado se toma de una escala exponencial, bastará la corrección según la fórmula A para la colocación en la escala D. Si, por el contrario, se calcula sólo con la escala D, entonces deberán corregirse la colocación y la lectura.

Ejemplo:

$1{,}0023^{3{,}7} = 1{,}00854$

$0{,}0023 \cdot (1 - 1/2 \cdot 0{,}0023) = 0{,}0023 \cdot 0{,}99885 = 0{,}002297$ se colocará en lugar de $n = 0{,}0023$ en la escala D con el 1 de la reglilla.

La «formación potencial» $1 + 0{,}002297 \cdot 3{,}7$ da ahora 1,00850.
Como lectura en la escala D, deberá corregirse este valor según la fórmula B:
$0{,}00850 \cdot (1 + 1/2 \cdot 0{,}00850) = 0{,}00850 \cdot 1{,}00425 = 0{,}00854$
después de la adición del 1 el resultado es 1,00854 (exacto: 1,0085362).

Este cálculo, a primera vista algo complicado es, sin embargo, muy fácil después de practicado un poco, de modo que finalmente pueden efectuarse las correcciones «por un golpe de vista». Tales correcciones no serán necesarias, cuando el valor básico sea $< 1{,}001$ porque en tales casos se logrará ya con la aproximación la exactitud de la regla graduada.

14.4 Potencias $y = e^x$

$y = e^x$ se da como caso especial de la posición fundamental de la reglilla, pues entonces ha sido colocada como base la cantidad $e = 2{,}718$. Como la escala D por otra parte tiene siempre esta posición para las escalas exponenciales, bastará la colocación del exponente con el cursor sobre la escala D para las potencias del valor básico e. Los resultados de los ejemplos para fig. 34 (sólo escalas del cuerpo) nos dan un modelo de ejemplo para el exponente 1,489 con sus variaciones decimales.

$e^{1{,}489} = 4{,}43$	$e^{-1{,}489} = 0{,}2257$
$e^{0{,}1489} = 1{,}1605$	$e^{-0{,}1489} = 0{,}8617$
$e^{0{,}01489} = 1{,}015$	$e^{-0{,}01489} = 0{,}98522$

En otras variaciones se logrará de nuevo la coincidencia con $e^{\pm x} \approx 1 \pm x$

$e^{0{,}001489} = 1{,}001489$

14.5 Raíces $a = \sqrt[x]{y}$

Con las escalas exponenciales pueden extraerse raíces con cualquier radicando deseado.

$$\sqrt[3{,}5]{e} = e^{\frac{1}{3{,}5}} = 1{,}3307$$

En tales casos se calcula mejor con la escala recíproca CI en la posición fundamental de la reglilla.

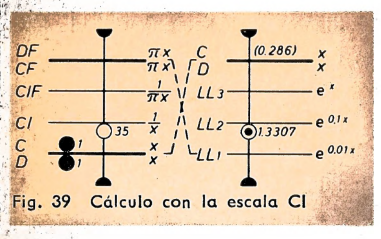


Fig. 39 Cálculo con la escala CI

Por otra parte puede extraerse raíces con las escalas LL análogamente a la división (número 5), puesto que correspondientemente a $y = a^x$ tiene aplicación la relación $\sqrt[x]{y} = a$.

Proceso de cálculo:

a) Colocar frente a frente el radicando y sobre la escala LL y el exponente de raíz x sobre la escala C de la reglilla.

b) Lectura del valor de la raíz debajo del extremo inicial o el final de la reglilla sobre la correspondiente escala LL.

Las normas para la lectura en la página 18 tienen también aquí análoga aplicación. Debe ponerse atención, que la lectura tenga lugar bajo el extremo derecho de la reglilla sobre la escala más próxima de menor índice de cifras (LL1—LL3 ó LL01—LL03).

Ejemplos:

$\sqrt[0{,}77]{21} = 52{,}1$ $\qquad \frac{1}{\sqrt[0{,}77]{21}} = 0{,}0192$

$\sqrt[7{,}7]{21} = 1{,}485$ $\qquad \frac{1}{\sqrt[7{,}7]{21}} = 0{,}6734$

$\sqrt[77]{21} = 1{,}0403$ $\qquad \frac{1}{\sqrt[77]{21}} = 0{,}96122$

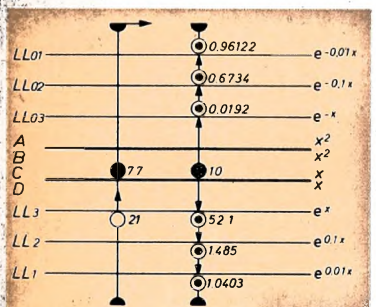


Fig. 40 Raíces

14.6 Logaritmos

Por medio de las escalas exponenciales puede averiguarse cualquier logaritmo deseado. Los logaritmos resultan de la conversión de la formación de potencia.

$y = a^x \qquad x = {}^a\log y$ (léase logaritmo y para base a)

La averiguación del logaritmo es idéntica a una operación potencial en la cual desea buscarse el exponente.

Proceso del cálculo:

a) Colocar el extremo inicial de la escala de la reglilla C sobre el valor básico «a» en la correspondiente escala exponencial LL.

b) Colocación del número «y» con el cursor sobre la escala exponencial.

c) Lectura del logaritmo bajo la raya del cursor en la escala de la reglilla C.

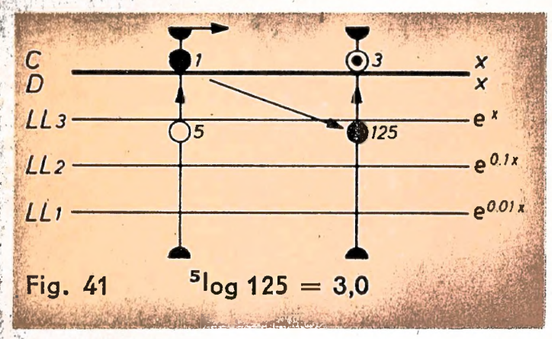


Fig. 41 $^{5}\log 125 = 3{,}0$

Los logaritmos décadas se averiguan exactamente igual, colocando la base 10. Además se halla sobre la reglilla la escala de mantisas corriente, en la cual puede leerse directamente las mantisas para cada cantidad colocada con el cursor en la escala C.

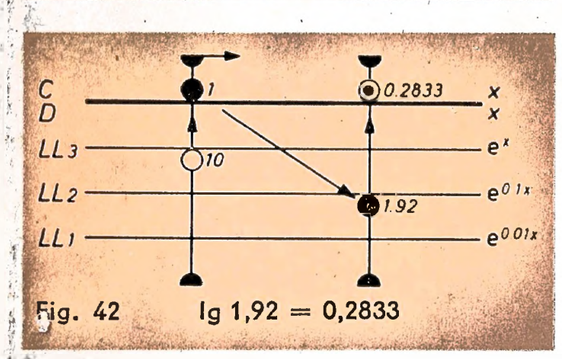


Fig. 42 $\lg 1{,}92 = 0{,}2833$

Los logaritmos naturales de base «e» pueden hallarse fácilmente, pasando de las escalas exponenciales a la escala del cuerpo D.

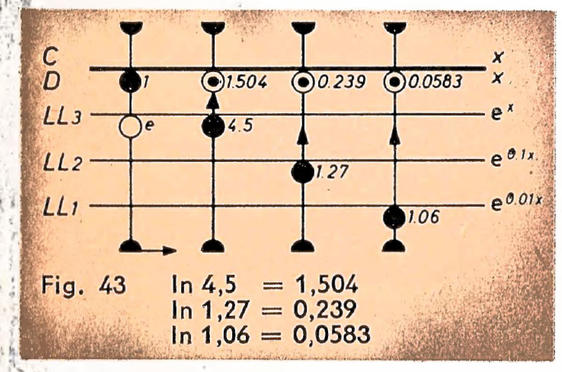


Fig. 43 $\ln 4{,}5 = 1{,}504$
$\ln 1{,}27 = 0{,}239$
$\ln 1{,}06 = 0{,}0583$

La determinación del lugar de la coma se deduce de la relación:

$^{a}\log a = 1$

Si se coloca el principio de la reglilla sobre la base «a», entonces los logaritmos a la derecha del valor a serán mayores que 1 y los a la izquierda menores que 1.

Reglas para la lectura:

a) Cada paso a la escala vecina LL — en el órden sucesivo LL3, LL2, LL1 o LL03, LL02, LL01 — lleva como consecuencia para el logaritmo un corrimiento de la coma hacia la izquierda, en sentido inverso de sucesión hacia la derecha.

b) Los logaritmos serán positivos (negativos), cuando el número y la base se hayan colocado sobre escalas LL del mismo color (de diferente color).

Ejemplos para ejercicios:

$^{10}\log 50 = 1{,}699$
$^{10}\log 2 = 0{,}3010$
$^{10}\log 1{,}03 = 0{,}01283$
$^{10}\log 0{,}015 = -1{,}824$
$^{10}\log 0{,}5 = -0{,}3010$

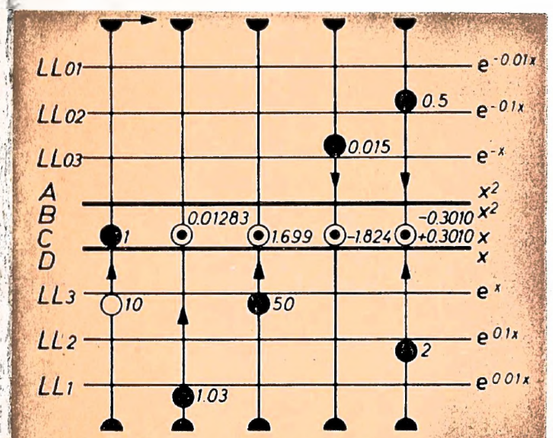


Fig. 44 Logaritmos décadas

Si se corre la reglilla, todas las lecturas quedan a la izquierda del valor básico, son por tanto < 1, con ello se correrá la coma en todas las lecturas un lugar a la izquierda, al contrario que en los ejemplos de la fig. 44.

Ejemplos de ejercicios:

$^{10}\log 6 = 0{,}788$ $\quad$ $^{2}\log 16 = 4{,}0$ $\quad$ $^{0{,}25}\log 2 = -0{,}5$
$^{10}\log 1{,}14 = 0{,}0569$ $\quad$ $^{2}\log 1{,}02 = 0{,}02857$ $\quad$ $\ln 0{,}05 = -3{,}0$
$^{10}\log 1{,}015 = 0{,}00647$ $\quad$ $^{2}\log 0{,}25 = -2$ $\quad$ $\ln 0{,}622 = -0{,}475$

15. Otras aplicaciones de las escalas exponenciales

La reglilla no contiene en su lado de exponenciales tan sólo la división fundamental C y la escala de cuadrados B, sino además la escala de mantisas L y la división para cubos K, de modo que aparte de los cálculos corrientes x^2, x^3, $\sqrt{x}$, $\sqrt[3]{x}$ y $\log x$, pueden calcularse también las potencias de las fórmulas $a^{\sqrt{x}}$, $a^{\sqrt[3]{x}}$, a^{10x} y en sentido inverso logaritmos de las fórmulas $^{a}\log^{2}x$, $^{a}\log^{3}x$, $\log {}^{a}\log x$.

Las escalas CF/DF pueden emplearse también en combinación con las escalas exponenciales. A menudo se ahorra entonces el corrimiento de la reglilla en la formación de tablas.

15.1 Cálculos proporcionales con las escalas exponenciales

Si se ha colocado un valor básico «a» con el principio de la escala C sobre una escala LL, podrá leerse el valor potencial para cualquier exponente o logaritmo de todo número de cifras para esta base. La base «a» colocada en una escala LL queda con ello convertida en un factor de proporcionalidad.

15.11 $\quad y_1 = a^n \qquad y_2 = a^m$

$\log y_1 = n \cdot \log a \qquad \log y_2 = m \cdot \log a$

$$\frac{\log a}{1} = \frac{\log y_1}{n} = \frac{\log y_2}{m}$$

o $$\frac{\ln a}{1} = \frac{\ln y_1}{n} = \frac{\ln y_2}{m}$$

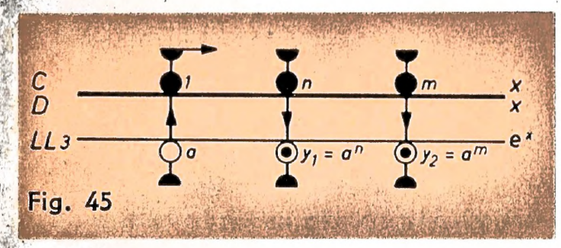


Fig. 45

Cuando se conozcan tres valores de la proporción, puede calcularse el cuarto valor, y por medio de la posición primera se vislumbra una multiplicidad de proporciones. Aquí tenemos de nuevo un principio de proporción favorable para el cálculo con la regla graduada de cálculo, siendo necesario únicamente, preparar tareas apropiadas a esta forma de proporción.

15.12

$$y = a^{\frac{m}{n}} \rightarrow \log y = \frac{m}{n} \cdot \log a$$

$$\frac{\log y}{m} = \frac{\log a}{n}$$

$$y = 4{,}3^{\frac{6{,}8}{2{,}7}} \rightarrow \frac{\log y}{6{,}8} = \frac{\log 4{,}3}{2{,}7}$$

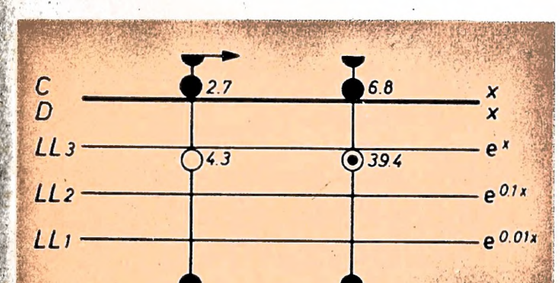


Fig. 46 $\dfrac{\log 4{,}3}{2{,}7} = \dfrac{\log 39{,}4}{6{,}8}$

Si se coloca 4,3 sobre la escala LL3 y 2,7 sobre la escala C una cantidad sobre otra, entonces podrá leerse el resultado 39,4 sobre la escala LL3 debajo de 6,8 de la escala C.

Del mismo modo se solucionan las variaciones de estos problemas

$$y = \sqrt[2,7]{4,3^{6,8}} \text{ ó } y^{2,7} = 4,3^{6,8}$$

15.13

Pueden obtenerse muchas leyes naturales por estas formas de proporciones indicadas, si las alteraciones de una variable son proporcional al logaritmo de relación de otras variables.

$$\log \frac{y_2}{y_1} = \text{const } (x_2 - x_1)$$

La alteración x_1 a x_2 alrededor del intervalo i lleva como consecuencia una alteración de y_1 a y_2.

Si se denomina la relación $\frac{y_2}{y_1}$ con r, es esta la cantidad de resto, que nos da el resto del todo original, entonces la igualdad arriba expresada será:

$$\frac{\log r}{i} = \text{const} = \frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \cdots$$

Ejemplos: Desgregación radioactiva.

Una materia se disgrega en 30 días hasta 40%, queda pués 60% como resto. $i_1 = 30$, $r_1 = 0,6$. ¿Cuando existe todavía un 20%? $r_2 = 0,2$

$$\frac{\log 0,6}{30} = \frac{\log 0,2}{x} \qquad x = 94,5 \text{ días}$$

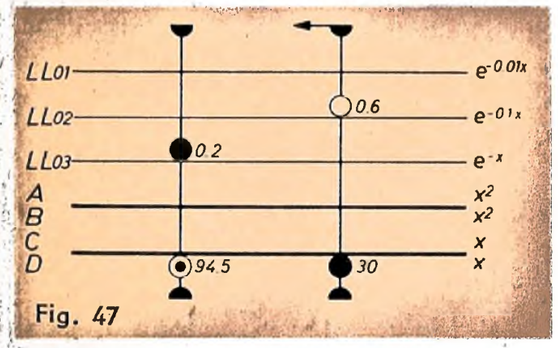


Fig. 47

15.14

Si se desea multiplicar un logaritmo con una cantidad constante, se colocará para ello la constante en la escala C y debajo de ella la base del logaritmo en la escala LL, para obtener de nuevo una posición de tabla para la multiplicación de la contante con el logaritmo de la base colocada.

$x = c \cdot {}^{a}\log y$ y se expresa como proporción: $\frac{x}{{}^{a}\log y} = \frac{c}{1} = \frac{c}{{}^{a}\log a}$

$2 \cdot {}^{10}\log 100 = 4$

$2 \cdot {}^{10}\log 1,8 = 0,511$

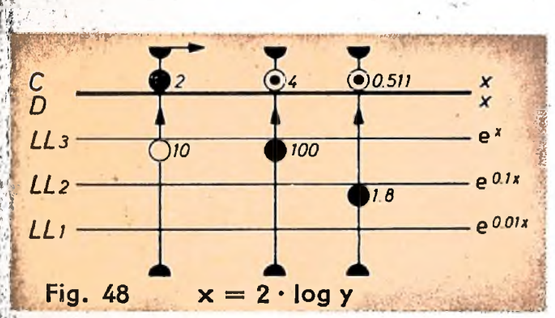


Fig. 48 $x = 2 \cdot \log y$

En electrotécnica es a menudo necesario, calcular el decibel a una relación dada de tensión $db = 20 \cdot \log \frac{U_1}{U_2}$.

Todos los logaritmos de la base 10, según la fig. 48, pueden ser multiplicados por el factor 2, con las escalas LL0 también los logaritmos de valor < 1.

15.2 Funciones hiperbólicas

La ingeniosa disposición de las escalas exponenciales hace posible la formación, relativamente fácil, de funciones hiperbólicas. Como los valores de potencia se hallan opuestamente con exponentes negativos o positivos, bastará una colocación del cursor para lectura de e^{+x} y e^{-x}, de lo cual podrá averiguarse fácilmente las funciones hiperbólicas.

16. El cursor y sus marcas

16.1 La marca 36 (sólo en las nº 868 y 0968)

El cursor tiene en su lado anverso (fig. 49) arriba a la derecha una raya corta, que en las escalas CF/DF da el valor 36, cuando la raya del medio se halla sobre el principio de las escalas C/D. De este modo se obtiene el factor de multiplicación 36, cuando estando el cursor en una posición cualquiera se pasa de C/D a CF/DF, así ofrece el cursor una conversión cómoda:

1 hora = 3600 segundos
1 m/s = 3,6 km/h
1° = 3600″
1 año = 360 días

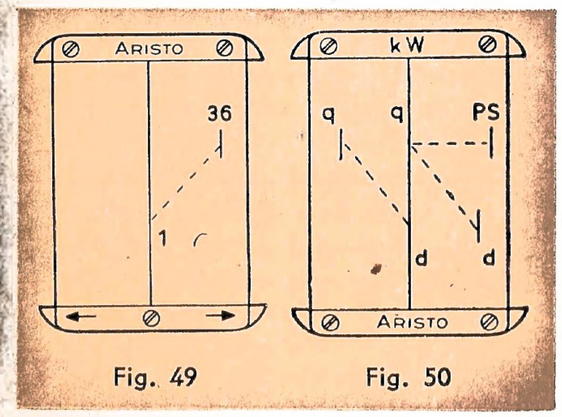


Fig. 49 Fig. 50

16.2 Areas de círculo, peso de barras de acero dulce

Al reverso del cursor (fig. 50) la distancia desde la raya del medio a la raya corta izquierda superior y derecha inferior nos da el factor $\pi/4 = 0,785$ (relacionado a las escalas de cuadrados) para calcular el área de superficie de un círculo según la fórmula $q = d^2 \pi/4$. Si la raya del medio del cursor se halla sobre el diámetro d en la escala D, podrá leerse el corte transversal (sección) arriba a la izquierda sobre la escala A. La misma relación existe también entre la raya derecha inferior y la del medio.

Como la distancia entre las rayas corresponde a la vez al peso específico del acero dulce 7,85, puede leerse — a continuación del cálculo de corte transversal en la raya del medio — el peso de barras de acero dulce para la unidad de longitud en la raya izquierda. Si finalmente se corre el principio de la escala de la reglilla B debajo de la raya izquierda superior, entonces se obtendrá, corriendo el cursor, el peso para cualquier largo deseado. Esta simplificación no tiene lugar en el nº 1068, porque, a causa del largo básico doble, el factor $\pi/4$ está contenido una sóla vez, si se pasa de la derecha inferior a la izquierda superior.

16.3 Las marcas kW y HP (PS)

La distancia entre la raya del medio y la marca derecha superior da el factor conversor 736 para la conversión de HP en kW y viceversa, relacionados a las escalas A y B, como se indica en la fig. 50. Si se coloca p. ej. la raya del medio sobre 20 kW, entonces la marca derecha superior dará 27,2 HP. En sentido

inverso la colocación de 7 HP con la marca HP en la raya del medio nos dará 5,15 kW. En las reglas de cálculo nº 1068 de 50 cm largo la denominación kW se halla en la marca izquierda superior. Las mismas conversiones pueden ser efectuadas con esta marca kW y la marca derecha HP.

Para cálculos en el sistema de pulgadas se entregan cursores con el factor conversor 746; estos tienen en lugar de la marca PS una marca HP (nº de pedido L 0968 E).

16.4 Quitar el cursor

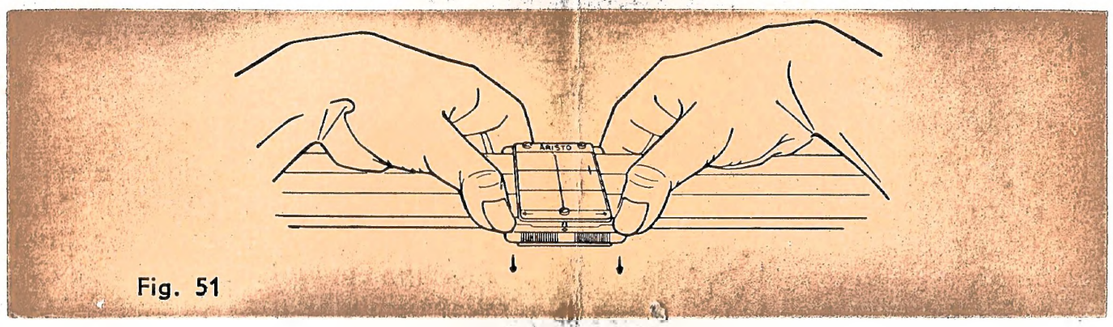


Fig. 51

Las rayas del cursor están ajustadas al cuadro de escalas, de modo que sea posible pasar de un lado de la regla de cálculo al otro durante la operación del cálculo. El cursor puede quitarse para efectos de su limpieza sin que por ello se pierda el ajuste. El único tornillo existente en uno de los brazos del cursor se ha previsto en forma de botón de presión, que se abre, si se oprime con cuidado y con ambos pulgares las partes exteriores del brazo marcadas por flechas hacia abajo. Entonces se saca el cursor transversalmente a la división de la regla de cálculo. Para poder cambiar ocasionalmente el resorte del cursor, ha sido este introducido con su espiga en un orificio del brazo del cursor y pegado con un medido adherente. Los resortes de repuesto pueden adquirirse en cualquier negocio del ramo.

16.5 Ajustar el cursor

Caso ser necesario alguna vez un ajuste, p. ej. al colocar un cursor de repuesto, se colocará la regla de cálculo sobre la mesa de tal modo, que el lado del cursor con los cuatro tornillos quede hacia arriba. Después de aflojar estos cuatro tornillos con un destornillador adecuado se dará la vuelta a la regla y se colocará la raya del cursor exactamente sobre la raya final de la división de ángulo. Entonces se volverá a dar la vuelta a la regla con sumo cuidado, sin mover el cursor, y después, sujetando el cursor, se alineará el vidrio del cursor de encima de este igualmente según el valor final 1. Finalmente se atornillarán bien los cuatro tornillos. Si se perdiese algún tornillo, puede ser repuesto por cualquier negocio del ramo.

17. Escalas de cantidades de norma (NZ escala 1367)

(Solo en el nº 0968)

17.1 Formación de la escala NZ

La formación de normas y tipos son factores muy importantes hoy día en cualquier fabricación racional, por esta razón las cantidades de norma (NZ) adquieren continuamente en la técnica un significado cada vez mayor. Las cantidades de norma según DIN 323 son valores elegidos de una sucesión geométrica, cuyo escalamiento se basa en una división decimal.

Las relaciones resultarán muy claras, considerando la división fundamental D de una regla de cálculo logarítmica y la escala de mantisas L perteneciente.

Frente a los valores de mantisa regularmente escalonados de la escala L se hallan en la escala D las cantidades pertenecientes de norma, como se han indicado en la siguiente tabla:

Mantisa	Serie 40ª	Serie 20ª	Serie 10ª	Serie 5ª
000	1	1	1	1
025	1,06			
050	1,12	1,12		
075	1,18			
100	1,25	1,25	1,25	
125	1,32			
150	1,4	1,4		
175	1,5			
200	1,6	1,6	1,6	1,6
225	1,7			
250	1,8	1,8		
275	1,9			
300	2	2	2	
325	2,12			
350	2,24	2,24		
375	2,36			
400	2,5	2,5	2,5	2,5
425	2,65			
450	2,8	2,8		
475	3			
500	3,15	3,15	3,15	
525	3,35			
550	3,55	3,55		
575	3,75			
600	4	4	4	4
625	4,25			
650	4,5	4,5		
675	4,75			
700	5	5	5	
725	5,3			
750	5,6	5,6		
775	6			
800	6,3	6,3	6,3	6,3
825	6,7			
850	7,1	7,1		
875	7,5			
900	8	8	8	
925	8,5			
950	9	9		
975	9,5			
1000	10	10	10	10

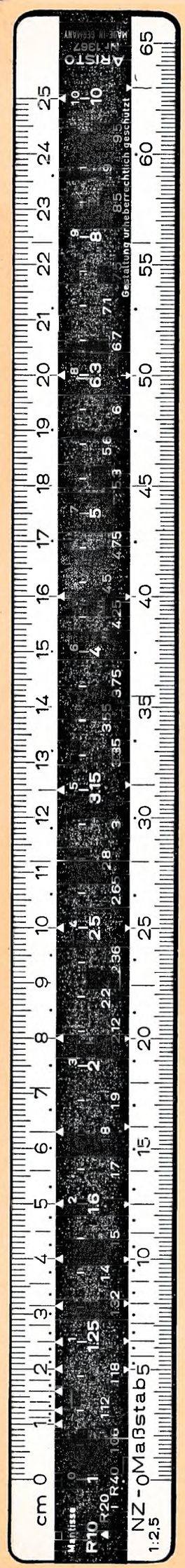


Fig. 52 Escala NZ

Frente a las 10 rayas divisorias cifradas de la escala L se hallan en la escala D las cantidades de norma de la serie R 10. La división de la escala L en 20 partes iguales conduce a la serie R 20 y de 40 intervalos iguales se forma la serie R 40.

De la posición opuesta mencionada hasta ahora de las escalas L y D se forma una escala NZ, si se prescinde de la escala D y se tiene en consideración solamente las cantidades de norma en las correspondientes rayas divisorias de la escala de mantisas.

En las tiras negativas de la escala NZ acompañada 1367 se han puesto una escala de mantisas simplificada y las cantidades de norma de las series R 10, R 20 y R 40. La escala de mantisas contiene ahora únicamente las rayas divisorias, que resultan necesarias para la exposición de la NZ. En la escala de cm y en la escala de reducción 1 : 2,5 los valores NZ se han marcado adicionalmente, a saber, la serie R 10 con puntas de flecha, la R 20 con rayas y la R 40 con puntos.

17.2 Finalidad de la escala NZ

La escala NZ debe ser en primer lugar un auxilio para la memoria, de modo que los valores NZ más empleados se tengan siempre a mano. Las marcaciones en las escalas son una valiosa ayuda, para pasar valores NZ en dibujos de construcción, además son muy prácticas para establecer redes simples y dobles logarítmicas sobre papel corriente rayado para apreciaciones nomográficas bien visibles. También para cálculos de tanteo se emplean muy a gusto las escalas NZ.

17.3 Cálculo con la escala NZ

La combinación de cantidades de norma y mantisas en una escala ofrece la ventaja, que los cálculos logaritmicos de tanteo se simplifican esencialmente, pues en la escala de mantisas y frente a las cantidades de norma se hallan logaritmos simples, que pueden sumarse o sustraerse fácilmente de memoria. Añadiendo la característica (lo mismo que al calcular con la tabla de logaritmos) se obtiene en el valor de posiciones un resultado correcto, el cual puede encerrar un error de a lo máximo 3%, si la serie R 40 es incluida en el cálculo.

En muchos casos puede hacerse uso igualmente de la escala NZ, cuando se redondea a lo grande o se interpola, p. ej. $\pi = 3{,}15$ ó para $\gamma = 7{,}85$ se coloca el valor $\gamma = 8$. Con frecuencia se apropian también convenientemente a las cantidades de norma otros valores, como p. ej. en la conversión de medidas inglesas:

1 milla inglesa	= 1,6 km	1 ft cúbico	= 0,028 m^3
1 yarda (yd)	= 0,9 m	1 libra inglesa (lb)	= 0,45 kg
1 pulgada ingl. (in)	= 25 mm	1 onza inglesa (oz)	= 28 gr
100 m	= 112 yardas (yd)	1 lb per sq in	= 0,071 atmósferas
1 m	= 3,15 piés ingleses (ft)	1 atmósfera (kg/cm^2)	= 14 lb per sq in

Las mantisas correspondientes a NZ se leerán en la escala de mantisas, que se halla sobre NZ. Debe ponerse especial atención a las características, ya que de estas depende esencialmente la seguridad del cálculo.

En fórmulas de gran alcance resulta ventajoso, anotar los logaritmos al leerlos, al objeto de poder comprobar la adición. Cantidades naturales más pequeñas que 1 (p. ej. 0,8) se expresan a menudo mejor por logaritmos negativos, p. ej. $\log 0{,}8 = -0{,}1$ en lugar de $\log 0{,}8 = 0{,}9 - 1$.

17.31 Resistencia eléctrica de alambre de cobre y aluminio

$$R = \frac{l}{\varkappa \cdot q}\ [\Omega] \qquad \varkappa_{Cu} = 56\left[\frac{m}{\Omega\ mm^2}\right] \qquad R_{Cu} = \frac{6{,}7}{56 \cdot 1{,}7}$$

$l = 6{,}7$ [m]

$q = 1{,}7$ [mm^2]

$\varkappa_{Al} = 36\left[\frac{m}{\Omega\ mm^2}\right]$

$\log R_{Cu} = 0{,}82 - 1{,}75 - 0{,}22$

$= -1{,}15 = 0{,}85 - 2$

$R_{Cu} = 0{,}071\ \Omega$

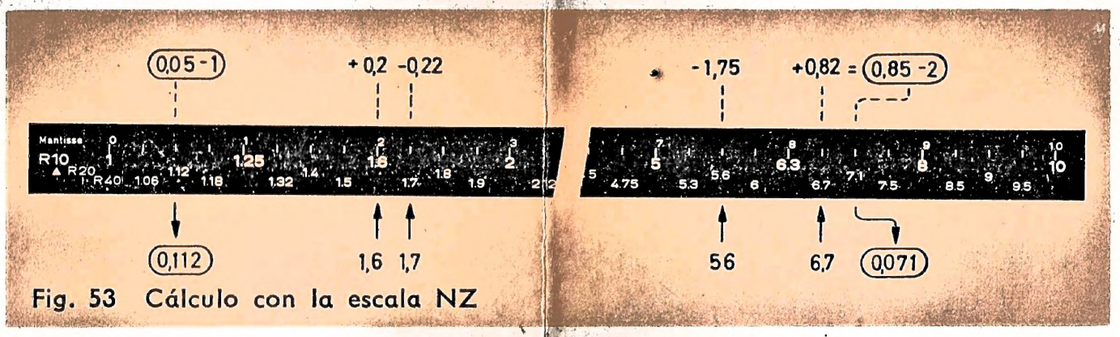


Fig. 53 Cálculo con la escala NZ

$$\frac{R_{AL}}{R_{Cu}} = \frac{\varkappa_{Cu}}{\varkappa_{Al}} = \frac{56}{36} = 1{,}6$$

Salto de escala 1,6 en R 20

$R_{Al} = R_{Cu} \cdot 1{,}6 = 0{,}071 \cdot 1{,}6$

$\log R_{Al} = 0{,}85 - 2 + 0{,}2 = 1{,}05 - 2 = 0{,}05 - 1$

$R_{Al} = 0{,}112\ \Omega$

Cada factor o su redondeamiento se buscará como NZ ya con el lápiz o con el dedo sobre la escala NZ. En la figura se indica el lugar de la lectura por una flecha. Encima se halla la mantisa, completada por la cifra característica. Después de la adición de todos los valores, efectuada de memoria o por escrito según su amplitud, se leerá el resultado junto a la flecha que en la figura señala con la punta hacia abajo.

17.32 Velocidad periférica

$$v = D \cdot \pi \cdot n\ (m/min)$$

$$v = 0{,}025 \cdot \pi \cdot 1400$$

$$\log v = (0{,}4 - 2) + 0{,}5 + 3{,}15 = 2{,}05$$

$$v = 112\ (m/min)$$

17.4 Cálculo gráfico con cifras de norma

A menudo es importante registrar funciones logarítmicamente. Resultan innecesario papeles especiales logarítmicos, cuando las divisiones normales del papel en mm están provistas con los valores geométricos escalonados de una serie NZ. De este modo es posible establecer de cualquier papel en mm un papel logarítmico simple o doble.

Como multiplicar o dividir NZ con resptv. NZ da siempre por resultado NZ, una división NZ doble se apropia especialmente como tabla de cálculo gráfico.

Para problemas de cálculo con más de dos factores es muy conveniente, formar una serie de varias tablas de red de esta clase.

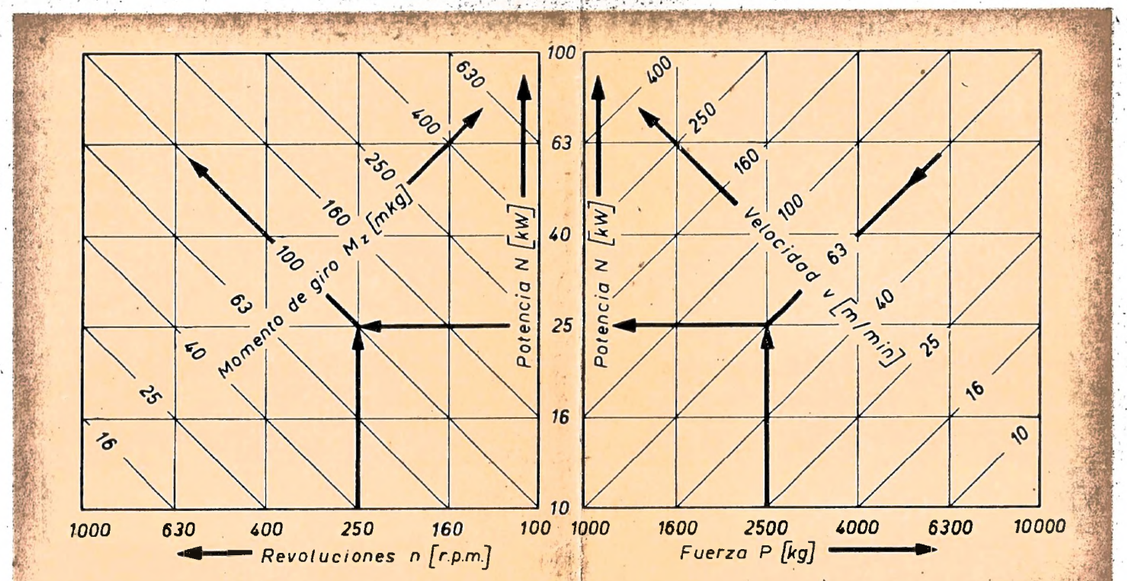


Fig. 54 Tabla de red formada sobre NZ

$$M_d \approx 1000 \cdot \frac{N}{n} \text{ (mkg)}$$

$$N = \frac{P \cdot v}{6300} \text{ (kW)}$$

$$M_d \approx 0{,}16 \cdot \frac{P \cdot v}{n}$$

dado:

Fuerza
$P = 2500$ (kg)

Velocidad
$v = 63$ (m/min)

Número de revoluciones
$n = 250$ (r. p. m.)

a buscar:

Potencia
$N = 25$ (kW)

Momento de giro
$M_d = 100$ (mkg)

17.5 Publicaciones sobre cifras de norma

Berg, S.: Angewandte Normzahl, Berlin und Köln 1949.

Kienzle O.: Normungszahlen, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1950.

Tuffentsammer, K., y P. Schumacher: Normzahlen — die einstellige Logarithmentafel des Ingenieurs, Werkstattstech. und Masch.-Bau **43** (1953), Seite 156

Tuffentsammer K.: Das Dezilog, eine Brücke zwischen Logarithmen, Dezibel. Neper und Normzahlen. VDI-Zeitschrift **98** (1956), Seite 267/74.

18. La ARISTO tabla A

Al estudiar libros especiales del ramo ingleses y americanos, las unidades no métricas presentan grandes dificultades, porque las relaciones al sistema métrico decimal deben buscarse con mucho trabajo en la literatura. Este trabajo de busqueda lo toma en grado sumo la tabla A, porque en ella se han resumido los factores principales de conversión. Como base sirvió principalmente el tratado de *U. Stille* Messen und Rechnen in der Physik, Verlag Friedr. Vieweg & Sohn.

19. Tratamiento de la regla de cálculo ARISTO

La regla de cálculo es un muy valioso medio auxiliar para el cálculo y debe tratarse por eso con cuidado especial. Las escalas y el cursor deben protegerse en todo momento de arañazos y suciedad, para que no sufra nada en absoluto la exactitud de la lectura.

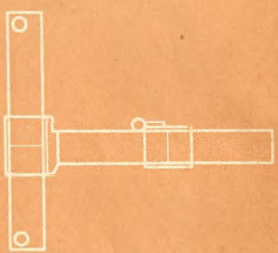
Se recomienda lavar de cuando en cuando la regla de cálculo con el medio especial de limpieza DEPAROL, o con agua y jabón, puliéndola después en seco. No emplear en modo alguno substancias químicas, porque ellas podrían borrar la graduación.

Jamás debe dejarse o guardarse la regla de cálculo en sitios muy calientes, p. ej. sobre radiadores de calefacción o expuesta directamente a los rayos solares, porque a unos 60° C. tienen lugar deformaciones en la regla. Las reglas estropeadas por mal trato no serán sustituidas por nosotros.

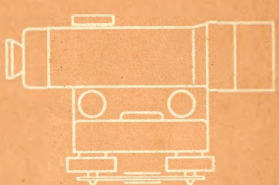
ARISTO

REGLAS DE CALCULO
CALCULADORES CIRCULARES
REGLAS GRADUADAS

PLANIMETROS
INTEGRADORES
PANTOGRAFOS



COORDINATOGRAFOS
PARA LA INDUSTRIA Y PARA
OBJETOS DE MEDICION



NIVELES
TEODOLITOS
CARTOGRAFOS

¡ Pidanse catálogos especiales !

DENNERT & PAPE · ARISTO-WERKE

HAMBURG - ALEMANIA